

Miscari chirale si de nutatie, dezintegrari $2\nu\beta\beta$ pe stari excitate cu simetria de etalonare restaurata si descrierea rezonantelor diolare Pigmy (PCE nr. 16/2021)

Director: Prof. Dr. A. A. Raduta

RAPORT DE FINAL

Obiective:

- Simetrii chirale si miscarea de nutatie in nuclee.
- Dezintegrarea β dubla $0^+ \rightarrow 2^+$, cu simetria etalon restaurata.
- Descrierea unificata a rezonantelor dipolare Pygmy in nuclee sferice si deformate.

Membrii echipei : Prof. Dr. Apolodor Raduta

CSII Dr. Cristian Mircea Raduta

CSII Dr. Ionut Ursu

Drd. Robert Poenaru

A. Indicatori de performanta: 9 lucrari realizate

1. A new boson approach for the wobbling motion in even-odd nuclei, A. A. Raduta, C. M. Raduta and R. Poenaru, Jour. Phys. G:Nucl. Part. Phys. 48(2021)015106
2. New results about the canonical transformation for boson operators, C.M. Raduta and A. A. Raduta, Int. Jour. Mod. Phys. E, vol. 30, No3, 2150019 (2021)
3. Parity Partner Bands in ^{163}Lu : A novel approach for describing the negative parity states from a triaxial super-deformed band, R. Poenaru and A. A. Raduta, Int. Jour. Mod. Phys. E, vol 30,No 5 (2021)2150033.
4. Extensive Study of the Positive and Negative Parity Wobbling States for an Odd-Mass Triaxial Nucleus I: Energy Spectrum, R. Poenaru, A. A. Raduta, Romanian Journal of Physics 66, 308 (2021)
5. Extensive Study of the Positive and Negative Parity Wobbling States for an Odd-Mass Triaxial Nucleus II: Classical Trajectories, R. Poenaru, A. A. Raduta, Romanian Journal of Physics 66, 309 (2021)
6. Simultaneous description of wobbling and chiral properties in even-odd triaxial nuclei, C. M. Raduta , A. A. Raduta, R. Poenaru and Al.H. Raduta, submitted to Jour.Phys. G:

Nucl. Part. Phys., 49 (2022) 2, 05105.

7. Double- β transition $0^+ \rightarrow 2^+$ within a fully renormalized proton-neutron quasiparticle random-phase approximation with the gauge symmetry restored, Phys. Rev C 106 044301 (2022).
8. Microscopic description of the Pygmy and Giant Dipole Resonances in even-even nuclei. Application to the isotopes $^{150,152,154,156,158,160}\text{Gd}$, A. A. Raduta, C. M. Raduta and R. Poenaru, trimisa spre publicare la Physical Review C.
9. Toward a new approach for the Pygmy Dipole Resonance in even-even nuclei. Application to the isotopes $^{144,148,150,152,154}\text{Sm}$, A. A. Raduta, C. M. Raduta and Al. H. Raduta, trimisa spre publicare la Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics.

I. DESCRIEREA REZULTATELOR OBTINUTE

A. Simetrii chirale si miscarea de nutatie in nuclee.

1. Descrierea miscarii de nutatie in nuclee par-impare in termeni de dezvoltari bozonice

Un miez colectiv triaxial ce se roteste in jurul axei mijlocii(axa 2) este constrans sa se roteasca in jurul axei 1 datorita cupajului cu un nucleon ce se misca intr-un orbital de moment cinetic mare. Folosind o dezvoltare bozonica pentru componentele momentului cinetic, Hamiltonianul model devine un Hamiltonian bozonic cu anarmonicitati exprimate prin functii eliptice. In reprezentarea Bargmann pentru bozoni, ecuatia de valori proprii devine o ecuatie Schrödinger in care energia potentiala este complet separata de cea cinetica. De la o valoare critica a momentului cinetic, potentialul prezinta trei minime, doua dintre ele fiind degenerate. Energiile corespunzand minimului cel mai adanc au fost calculate analitic in aproximatia armonica. Pe baza unei analize clasice a fost construita o diagrama de faza. Cu spectrul corespunzand minimului cel mai adanc se descrie foarte bine situatia experimentală pentru ^{135}Pr . Se arata ca miscarea de nutatie transversala este instabila. Sunt descrise realist atat energiile cat si probabilitatile de tranzitie.

Pentru completitudine vom da cateva detalii necesare. Hamiltonianul model este:

$$\hat{H}_{rot} = \sum_{k=1,2,3} A_k (\hat{I}_k - \hat{j}_k)^2, \quad (1)$$

unde $A_k = \frac{1}{2\mathcal{J}_k}$ cu \mathcal{J}_k notand momentul de inertie, iar I momentul cinetic total exprimat in sistemul de referinta intrinsec. Presupunem ca nucleonul impar este cuplat rigid de miez, astfel ca \mathbf{j} apartine planului principal (1,2). De asemenea, consideram ca momentul de inertie maxim (MoI) este \mathcal{J}_2 .

Componetele momentului cinetic sunt scrise in termeni de bozoni, care in reprezentarea Bargmann arata astfel:

$$\hat{I}_{\mp} = i \frac{c \pm d}{k's} (I \mp \hat{I}_0), \quad \hat{I}_0 = Icd - s \frac{d}{dq}, \quad (2)$$

unde s, c si d noteaza functiile eliptice Jacobi.

Ecuatia de valori proprii, asociata lui H , devine ecuatia de tip Schrödinger:

$$\left[-\frac{d^2}{dq^2} + V(q) \right] |\Phi\rangle = E|\Phi\rangle. \quad (3)$$

Energia potential are expresia:

$$V(q) = [I(I+1)k^2 + v_0^2] s^2 + (2I+1)v_0cd. \quad (4)$$

In aproximatia armonica pentru $V(q)$ spectrul lui H arata astfel:

$$E_n = A_1 I^2 + (2I+1)A_1 j_1 - IA_2 j_2 + \hbar\omega(n+1/2) + \sum_{i=1,2} A_i j_i^2. \quad (5)$$

unde frecventa ω este definita de expresia:

$$\omega = \left[\left((2I+1)(A_2 - A_1 - \frac{A_2 j_2}{I}) - 2A_1 j_1 \right) ((2I+1)(A_3 - A_1) - 2A_1 j_1) - (A_3 - A_1)(A_2 - A_1 - \frac{A_2 j_2}{I}) \right]^{1/2}. \quad (6)$$

Proprietatile e.m. sunt studiate folosind operotorul de tranzitie:

$$\mathcal{M}(E2; \mu) = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} e (Q_0 D_{\mu 0}^2 + Q_2 (D_{\mu 2}^2 + D_{\mu -2}^2)), \quad (7)$$

unde Q_0 , si Q_2 , noteaza componentelete $K = 0$, si respectiv $K = \pm 2$ ale operatorului de cvdrupol:

$$Q_0 = -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{3}} (\hat{I}_+ \hat{I}_- + \hat{I}_- \hat{I}_+) + \sqrt{\frac{2}{3}} \hat{I}_1^2, \quad Q_2 = \frac{1}{2} (\hat{I}_+^2 + \hat{I}_-^2). \quad (8)$$

Parametrii liberi au fost fixati prin metoda celor mai mici patrate, fitand energiile de excitatie in cele trei benzi. Momentul cinetic al nucleonului impar este $h_{11/2}$ cu orientarea in planul (1,2) data de unghiul θ . Rezultatele sunt date in tabelul 1. Cu acestea au fost calculate energiile date in Figs 1 si probabilitatile reduse de tranzitie din Tabelul II.

In concluzie, formalismul propus descrie in mod realist datele experimentale din ^{135}Pr .

\mathcal{I}_1 [\hbar^2/MeV]	\mathcal{I}_2 [\hbar^2/MeV]	\mathcal{I}_3 [\hbar^2/MeV]	θ [degrees]	nr. of states	r.m.s. [MeV]
89	12	48	-71	20	0.174

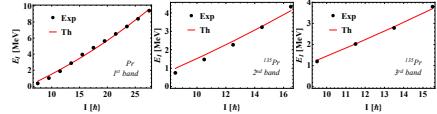


TABLE I: Momentele de inerte si parametrul θ furnizate de procedeul de fitare.

	$\frac{B(E2; I^- \rightarrow (I-1)^-)}{B(E2; I^- \rightarrow (I-2)^-)}$	$\frac{B(M1; I^- \rightarrow (I-1)^-)}{B(E2; I^- \rightarrow (I-2)^-)} [\frac{\mu_N^2}{e^2 b^2}]$	$\delta_{I^- \rightarrow (I-1)^-} [\text{MeV.fm}]$
I^π	Exp. Th.	Exp. Th.	Exp. Th.
$\frac{21}{2}^-$	0.843 ± 0.032 0.510	0.164 ± 0.014 0.164	-1.54 ± 0.09 -0.542
$\frac{25}{2}^-$	0.500 ± 0.025 0.500	0.035 ± 0.009 0.066	-2.384 ± 0.37 -0.703
$\frac{29}{2}^-$	$\geq 0.261 \pm 0.014$ 0.487	$\leq 0.016 \pm 0.004$ 0.033	- -0.873
$\frac{33}{2}^-$	- 0.473	- 0.019	- -1.052

TABLE II: Rapoartele de ramificare $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$, si $B(M1)_{out}/B(E2)_{in}$ precum si raportul de amestec δ sunt comparate cu datele experimentale corespunzatoare Ref. [1].

[1] J. T. Matta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114**, 082501 (2015).

2. Rezultate noi despre transformarea canonica a operatorilor bozonici

Scopul investigatiei consta in aflarea valorilor si functiilor proprii pentru Hamiltonianul bozonic:

$$H = \epsilon b^\dagger b - X(b^{\dagger 2} + b^2), \quad (9)$$

unde b^\dagger si b sunt bozoni, adica satisfac relatiile de omutare:

$$[b, b^\dagger] = 1. \quad (10)$$

Proprietatile lui H sunt studiate in spatiul bozoni generat de baza:

$$|k\rangle = \frac{b^{\dagger k}}{\sqrt{k!}} |0\rangle, k = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

unde $|0\rangle$ noteaza starea de vacuum ce satisface ecuatia $b|0\rangle = 0$.

Hamiltonianul H este diagonalizat printr-o transformare canonica

$$\tilde{b}^\dagger = U b^\dagger - V b, \quad (12)$$

determinata astfel incat urmatoarele ecuatii sunt satisfacute:

$$[H, \tilde{b}^\dagger] = \omega \tilde{b}^\dagger, \quad [\tilde{b}, \tilde{b}^\dagger] = 1. \quad (13)$$

Cu noii bozoni se construieste baza:

$$|\tilde{m}\rangle = \frac{\tilde{b}^{\dagger m}}{\sqrt{m!}} |\tilde{0}\rangle, \quad \tilde{b}|\tilde{0}\rangle = 0. \quad (14)$$

Scopul lucrarii consta in a oferi o expresie analitica pentru matricea de overlap:

$$G_{mn} = \langle m|\tilde{n}\rangle. \quad (15)$$

Cu o metoda originala, eleganta si foarte simpla s-a obtinut urmatorul rezultat:

$$\langle m|\tilde{n}\rangle = \sqrt{m!n!} U^{-\frac{m+n+1}{2}} \sum_p \frac{(-1)^{\frac{m-p}{2}} \left(\frac{V}{2}\right)^{\frac{m+n}{2}-p}}{\left(\frac{m-p}{2}\right)! \left(\frac{n-p}{2}\right)! p!}. \quad (16)$$

Indicele de sumare p este supus restricțiilor:

$$m - p = par, \quad n - p = par, \quad p \leq \min\{m, n\}. \quad (17)$$

Aceasta expresie (16) este identica cu cele obtinute in Refs.[1, 2] prin metode diferite mult mai dificile. Rezultatul este foarte util in aplicatii numerice ale formalismelor semiclasice.

[1] M. A. Rashid, J. Math. Phys. **16**, 378 (1973).

[2] A. A. Raduta, M. Badea and E. Badralexe , J. Math. Phys. **18**, 678 (1977).

3. Descrierea simultana a proprietatilor de wobbling si chirale in nuclee par-impar triaxiale

Un Hamiltonian particula-miez triaxial (1.1) este tratat semiclasnic. Nucleonul impar este rigid cuplat la miez avand o directie ce nu se afla in niciunul dintre planele principale de inerție. Ecuatiile de miscare sunt scrise in spatiul fazic redus al coordonatelor conjugate. Folosind succesiv cele trei axe ca axa de cuantificare, se obtin expresii analitice pentru frecventa de wobbling. O analiza similara este facuta de asemenea pentru Hamiltonianul transformat chiral. Cu un exemplu ilustrativ sunt identificate stari ale caror frecvente sunt imaginea in oglinda, a uneia alteia. Schimband momentul cinetic total I , se genereaza o perete de benzi gemene. Este remarcabil faptul ca formalismul propus reconciliaza doua signaturi distincte ale nucleelor triaxiale, anume, aspectele chirale si cele de wobbling. Un exemplu ilustrativ este construit pentru $j = 13/2$ cu orientarea data de $\theta = \pi/4, \varphi = \pi/4$ si $I = 35/2$.

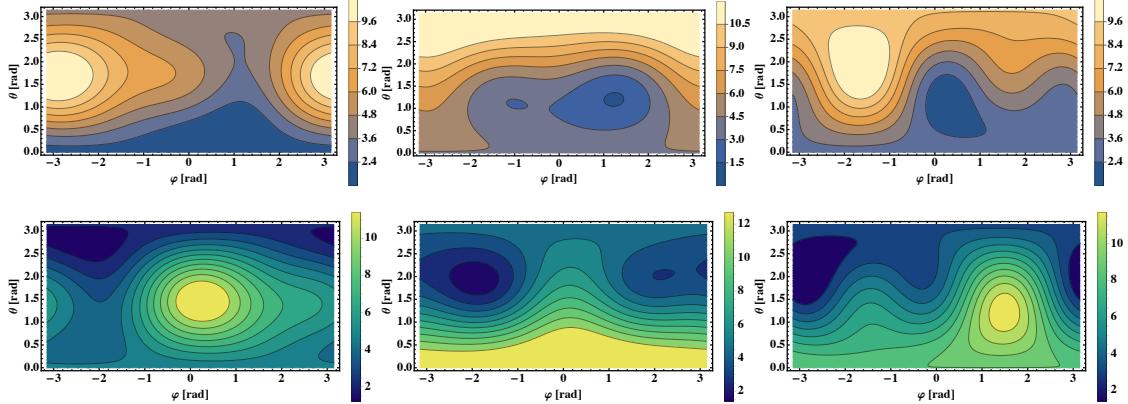


FIG. 2: Functia energie data de (1.1) (\mathcal{H}_{rot}) este reprezentata ca functie de coordonatele polare. In prima linie apar situatiile cand axa de cuantificare este axa 1,2 respectiv axa 3. In linia doua apar situatiile similare pentru Hamiltonianul transformat chiral, H_{rot}^{ch} .

quant. axis	θ_{min} [rad]	φ_{min} [rad]	I_1 [\hbar]	I_2 [\hbar]	I_3 [\hbar]	$H_{rot,min}$ [MeV]
axis-1	0.388	0.8703	16.198	4.269	5.063	1.203
axis-2	1.206	1.236	15.443	6.238	5.370	1.381
axis-2	1.104	-0.983	-13.003	7.879	8.666	2.960
axis-3	1.124	0.283	15.152	4.403	7.569	1.361

TABLE III: Coordonatele punctelor de minim pentru H_{rot} si valorile corespunzatoare ale componentelor momentului cinetic.

Coordonatele si spinii ce corespund minimelor din Fig 2, prima linie, sunt colectate in tabelul III. Datele pentru minimele Hamiltonianului transformat chiral sunt prezentate in Tabelul IV. Dezvoltand \mathcal{H}_{rot} si respectiv \mathcal{H}_{rot}^{ch} in jurul minimelor absolute se obtin frecven-

quant. axis	θ_{min} [rad]	φ_{min} [rad]	I_1 [\hbar]	I_2 [\hbar]	I_3 [\hbar]	$H_{rot,min}^{ch}$ [MeV]
axis-1	2.753	-2.27	-16.198	-4.269	-5.063	1.202
axis-1	2.894	3.141	-16.965	-4.293	≈ 0.0	1.478
axis-2	1.935	-1.905	-15.443	-6.238	-5.370	1.381
axis-2	2.148	3.141	≈ 0	-9.553	-14.662	2.873
axis-3	2.018	-2.859	-15.152	-4.403	-7.568	1.361
axis-3	2.021	3.142	-15.754	≈ 0	-7.620	1.719

TABLE IV: Coordonatele punctelor de minim ale Hamiltonianului transformat chiral H_{rot}^{ch} , si valorile corespunzatoare ale componentelor de spin.

tele de wobbling: 0.245 MeV, 0.205 MeV, 0.065 MeV, si respectiv 0.245 MeV, 0.209 MeV, 0.210 MeV. Observam ca frecventele celor doi Hamiltonieni pentru cazurile in care axe de cuantificare sunt axe 1 si 2 sunt egale, respectiv aproape egale. Schimband valorile lui I, se obtin doua benzi aproape identice, acestea fiind benzi chirale.

4. Benzi partenere de paritate in ^{163}Lu : O metoda noua pentru descrierea starilor de paritate negativa intr-un nucleu triaxial super-deformat.

Hamiltonianul pentru ^{163}Lu are caracter de particula-rotor si descrie interactia dintre un miez triaxial par-par si nucleonul impar ce se misca intr-un camp mediu deformat cvadrupolar.

$$H = H_{\text{rot}} + H_{\text{sp}} . \quad (18)$$

Primul termen reprezinta un rotor triaxial cu un moment cinetic $\mathbf{R} = \mathbf{I} - \mathbf{j}$, si parametrii de inertie $A_i = \frac{1}{2\mathcal{I}_i}$.

$$H_{\text{rot}} = \sum_{i=1,2,3} A_i (I_i - j_i)^2 , \quad (19)$$

Termenul uniparticula din Ec. (18) este definit in temeni de parametrul de triaxialitate γ si intensitatea interactiei V .

$$H_{\text{sp}} = \frac{V}{j(j+1)} \left[\cos \gamma (3j_3^2 - \mathbf{j}^2) - \sqrt{3} \sin \gamma (j_1^2 - j_2^2) \right] + \epsilon_j . \quad (20)$$

Termenul ϵ_j din Ec. (20) reprezinta energia uni-particula. Valorile proprii ale lui H , de interes, sunt obtinute intr-un formalism semi-clasic. Astfel H este decuantificat printr-un principiu variational dependent de timp cu o functie de proba de tip coherent. Parametrii de coherent joaca rolul de coordonate clasice generalizate definind spatiul fazic si satisfacand ecuatii de tip Hamilton. Se determina mai departe punctele de minim pentru functia energie \mathcal{H} . Dezvoltand \mathcal{H} in ordinul doi, in jurul minimului cel mai adanc se obtine frecventa de wobbling (nutatie). Cu aceasta se definesc energiile de excitatie in patru benzi notate prin TSD_k ($k=1,2,3,4$). Parametrii liberi in numar de 5 se fixaza printr-un procedeu de fitare. Rezultatele sunt trecute in tabelul 5. Cu acesti parametri au fost calculate energiile

$\mathcal{I}_1 [\hbar^2/\text{MeV}]$	$\mathcal{I}_2 [\hbar^2/\text{MeV}]$	$\mathcal{I}_3 [\hbar^2/\text{MeV}]$	$\gamma [\text{deg.}]$	$V [\text{MeV}]$
72	15	7	22	2. 1

TABLE V: Setul de parametri determinat prin fitarea energiilor de excitatie in ^{163}Lu .

in cele 4 benzi, reprezentate grafic in Fig. 3. Stabilitatea miscarii de wobbling in raport de momentul cinetic se vede din figura 4 unde sunt date "contour-plot"-urile pentru toate cele 4 benzi. Traекторiile clasice se afla pe intersectia dintre elipsoidul de energie constanta si sfera

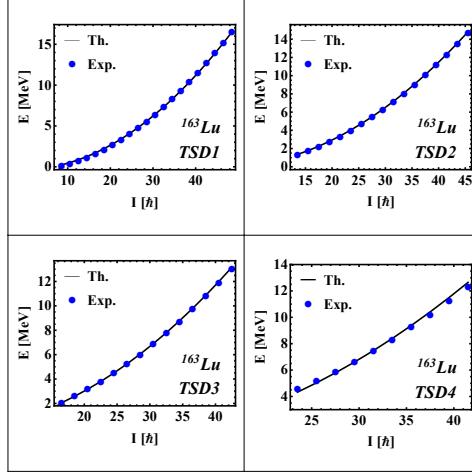


FIG. 3: Energiile de excitatie in benzile TSD_1, TSD_2, TSD_3 , and TSD_4 .

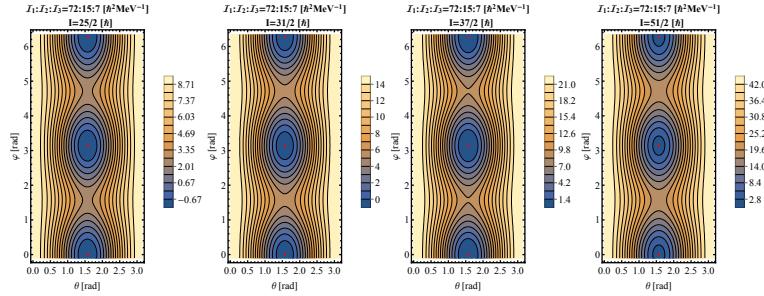


FIG. 4: Contour-plot-ul functie energie \mathcal{H} pentru TSD_1, TSD_2, TSD_3 si respectiv TSD_4 .

de raza I (a se vedea fig.5). De aici se deduce foarte simplu care este orientarea momentului cinetic total in raport cu planele principale ale elipsoidului de inertie. In concluzie noua interpretare a benzilor de wobbling in ^{163}Lu permite o descriere realista a situatiei experimentale. Informatii despre stabilitatea traекторiilor precum si despre orientarea momentului cinetic sunt prezentate intr-o abordare clasica.

5. Descrierea simultana a proprietatilor de wobbling si chirale in nuclee par-impar triaxiale

Un Hamiltonian particula-miez triaxial (1) este tratat semiclassic. Nucleonul impar este rigid cuplat la miez avand o directie ce nu se afla in niciunul dintre planele principale de inertie. Ecuatiile de miscare sunt scrise in spatiul fazic redus al coordonatelor conjugate. Folosind succesiv cele trei axe ca axa de cuantificare, se obtin expresii analitice pentru frecventa de wobbling. O analiza similara este facuta de asenenea pentru Hamiltonianul transformat

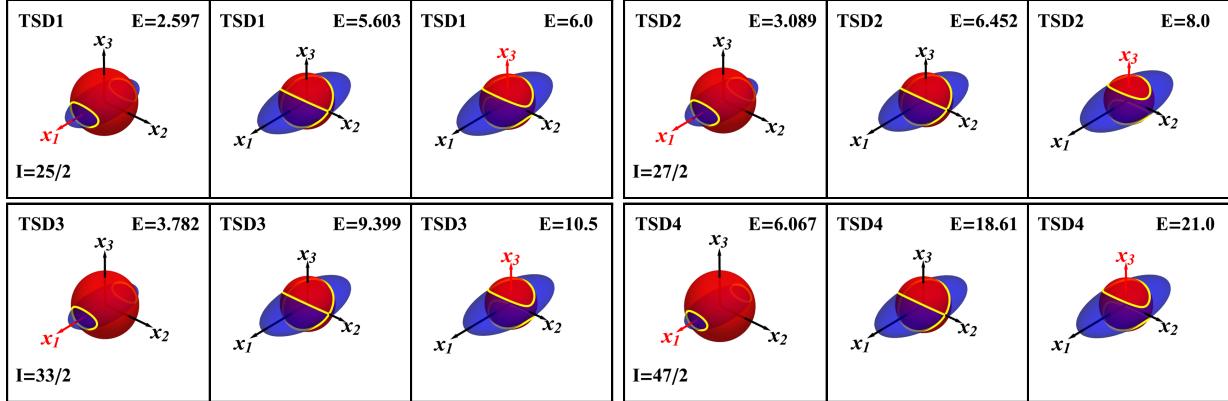


FIG. 5: Traiectoriile clasice pentru o stare apartinand unei din cele patru benzi din ^{163}Lu . Intersectia este marcată cu culoare galben, aceasta reprezentand traiectoriile reale.

chiral. Cu un exemplu ilustrativ sunt identificate stari ale caror frecvente sunt imaginea in oglinda, a uneia alteia. Schimband momentul cinetic total I , se genereaza o pereche de benzi gemene. Este remarcabil faptul ca formalismul propus reconciliaza doua signaturi distincte ale nucleelor triaxiale, anume, aspectele chirale si cele de wobbling. Un exemplu ilustrativ este construit pentru $j = 13/2$ cu orientarea data de $\theta = \pi/4$, $\varphi = \pi/4$ si $I = 35/2$. Datele

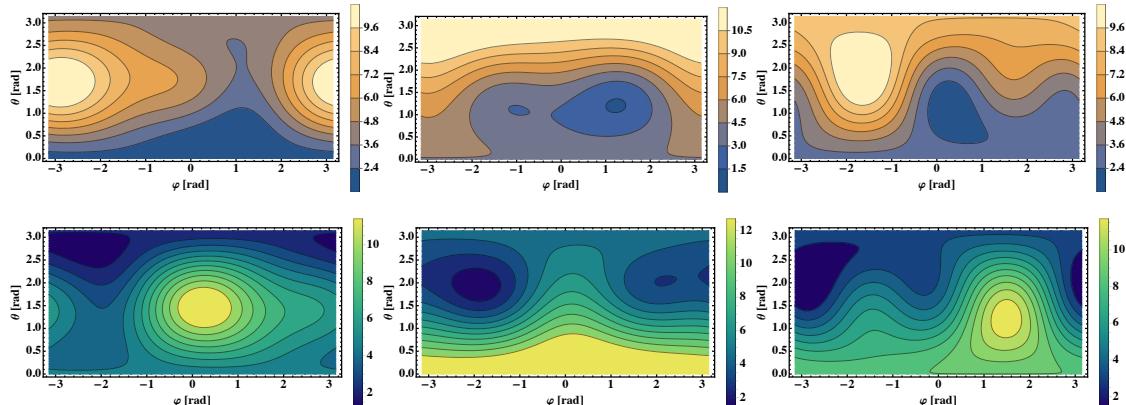


FIG. 6: Functia energie data de (1.1) (\mathcal{H}_{rot}) este reprezentata ca functie de coordonatele polare. In prima linie apar situatiile cand axa de cuantificare este axa 1,2 respectiv axa 3. In linia doua apar situatiile similare pentru Hamiltonianul transformat chiral, H_{rot}^{ch} .

pentru minimele Hamiltonianului transformat chiral sunt prezentate in Tabelul VII.

Dezvoltand \mathcal{H}_{rot} si respectiv \mathcal{H}_{rot}^{ch} in jurul minitelor absolut se obtin frecventele de wobbling: 0.245 MeV, 0.205 MeV, 0.065 MeV, si respectiv 0.245 MeV, 0.209MeV, 0.210 MeV. Observam ca frecventele celor doi Hamiltonieni pentru cazurile in care axe de cuantificare

quant. axis	θ_{min} [rad]	φ_{min} [rad]	I_1 [\hbar]	I_2 [\hbar]	I_3 [\hbar]	$H_{rot,min}$ [MeV]
axis-1	0.388	0.8703	16.198	4.269	5.063	1.203
axis-2	1.206	1.236	15.443	6.238	5.370	1.381
axis-2	1.104	-0.983	- 13.003	7.879	8.666	2.960
axis-3	1.124	0.283	15.152	4.403	7.569	1.361

quant. axis	θ_{min} [rad]	φ_{min} [rad]	I_1 [\hbar]	I_2 [\hbar]	I_3 [\hbar]	$H_{rot,min}^{ch}$ [MeV]
axis-1	2.753	- 2.27	- 16.198	- 4.269	- 5.063	1.202
axis-1	2.894	3.141	- 16.965	- 4.293	≈ 0.0	1.478
axis-2	1.935	- 1.905	- 15.443	- 6.238	- 5.370	1.381
axis-2	2.148	3.141	≈ 0	- 9.553	- 14.662	2.873
axis-3	2.018	- 2.859	- 15.152	- 4.403	- 7.568	1.361
axis-3	2.021	3.142	- 15.754	≈ 0	- 7.620	1.719

sunt axele 1 si 2 sunt egale, respectiv aproape egale. Schimband valorile lui I, se obtin doua benzi aproape identice, acestea fiind benzi chirale.

B. Dezintegrarea β dubla $0^+ \rightarrow 2^+$, cu simetria etalon restaurata.

1. Baza de functii uniparticula

Subsetul de functii uniparticula proiectate dintr-o functie deformata:

$$\Phi_{nlj}^{IM}(d) = \mathcal{N}_{nlj}^I P_{MI}^I [|nljI\rangle \Psi_g] \equiv \mathcal{N}_{nlj}^I \Psi_{nlj}^{IM}(d), \quad (2.1)$$

este ortonormat si formeaza o baza. Ψ_g este o functie coerenta pentru bozoni cvdrupolari si descrie un miez colectiv. La starile uniparticula proiectate se asociaza energiile definite ca valori medii ale unui Hamiltonian particula-miez.

$H' = \tilde{H} - H_{core}$:

$$\epsilon_{nlj}^I = \langle \Phi_{nlj}^{IM}(d) | H' | \Phi_{nlj}^{IM}(d) \rangle. \quad (2.2)$$

Deoarece contributia miezului la aceste valori medii nu depinde de numerele cuantice ale energiilor uniparticula, in consecinta va produce un shift pentru toate energii cu aceeasi cantitate. Din acest motiv aceasta contributie este omisa.

Dependenta de deformare ale noilor energii este similara cu cea specifica modelului Nilsson [5]. Prin urmare, energiile starilor proiectate aproximeaza energiile deformate ale orbitelor Nilsson.

TABLE VI: Coordonatele punctelor de minim pentru H_{rot} si valorile corespunzatoare ale componentelor momentului cinetic.

TABLE VII: Coordonatele punctelor de minim ale Hamiltonianului transformat chiral H_{rot}^{ch} , si valorile corespunzatoare ale componentelor de spin.

2. Amplitudinea de tranzitie dublu beta pentru interactia proton-neutron dipolară de tip Gamow-Teller

Baza de functii proiectate a fost folosita pentru calcularea, in ordinul doi de perturbatie, a amplitudinei de tranzitie dublu beta, $0^+ \rightarrow 2^+$, aceasta la randul ei fiind folosita mai departe pentru calcularea timpilor de viata. Rezultatele sunt trecute in Tabelul VIII. Pastrand aceeasi parametri pentru Hamiltonianul model, au fost calculate de asemenea amplitudinile de tranzitie precum si timpii de viata pentru dezintegrarea $0^+ \rightarrow 0^+$. Rezultatele sunt prezentate in Tabelul I unde, acestea sunt comparate cu datele experimentale corespunzatoare. Se constata un acord bun cu datele experimentale existente.

3. Valorile $\log_{10} ft$ pentru dezintegrarile nucleelor impar-impare intermediare

De remarcat ca elementele de matrice implicate in amplitudinea de tranzitie dublu beta sunt identice cu cele ce descriu captura electronica (EC) pentru nucleul intermediar respectiv cu cele ce descriu reactia (p,n) ce duce nucleul intermediar in nucleul fica pentru deintegrarea $2\nu\beta\beta$. Din datele privind al doilea proces mentionat se extrag ratele de dezintegrare β^- ale nucleului intermediar catre nucleul fica al dezintegrarii beta dubla. Folosind aceste elemente de matrice s-a calculat valorile $\log_{10} ft$ asociate celor doua procese, EC si β^- . Rezultatele

Parent nucleus	$M_{GT}^{0^+\rightarrow 2^+}$		$T_{1/2}^{2\nu}(0_i^+ \rightarrow 2_f^+)$ [yr]			$M_{GT}^{0^+\rightarrow 0^+}$		$T_{1/2}^{2\nu}(0_i^+ \rightarrow 0_f^+)$ [yr]	
	[MeV $^{-3}$]	present	Exp.	Ref.[1]	Ref.[2]	[MeV $^{-1}$]	present	Exp.	
^{76}Ge	0.131×10^{-4}	1.166×10^{34}	$>1.1 \times 10^{21}$ [3]	5.75×10^{28}	1.0×10^{26}	2.647×10^{-2}	1.16×10^{22}	$1.5 \pm 0.1 \times 10^{21}$ [4]	
				$>1.6 \times 10^{23}$ [5]					
^{82}Se	0.677×10^{-5}	2.478×10^{30}	$>1.4 \times 10^{21}$ [3]	1.70×10^{27}	3.3×10^{26} [6]	2.611×10^{-2}	3.84×10^{20}	$1.1_{-0.3}^{+0.8} \times 10^{20}$ [7]	
				$>1.0 \times 10^{22}$ [8]					
^{96}Zr	0.145×10^{-5}	7.500×10^{30}	$>7.9 \times 10^{19}$ [4]	2.27×10^{25}	4.8×10^{21}	0.816×10^{-2}	3.19×10^{21}	$(2.3 \pm 0.2) \times 10^{19}$ [4]	
^{100}Mo	0.426×10^{-2}	1.223×10^{24}	$>2.5 \times 10^{21}$ [9]	1.21×10^{25}	3.9×10^{24}	2.447×10^{-2}	7.22×10^{20}	$(0.115_{-0.02}^{+0.03}) \times 10^{20}$ [7]	
^{116}Cd	0.724×10^{-2}	1.671×10^{26}	$>2.3 \times 10^{21}$ [10]	3.4×10^{26}	1.1×10^{24}	0.233	3.33×10^{21}	3.75×10^{19} [11]	
^{128}Te	0.606×10^{-3}	6.684×10^{34}	$>4.7 \times 10^{21}$ [3]	4.7×10^{33}	1.6×10^{30}	0.416	0.26×10^{23}	$1.9 \pm 0.4 \times 10^{24}$ [4]	
^{130}Te	0.693×10^{-6}	5.562×10^{32}	$>4.5 \times 10^{21}$ [3]	6.94×10^{26}	2.7×10^{23}	0.81×10^{-2}	12.00×10^{21}	$(2.7 \pm 0.1) \times 10^{21}$ [12]	
				$>2.8 \times 10^{21}$ [13]					
^{150}Nd	0.317×10^{-2}	0.461×10^{21}	$>8.0 \times 10^{18}$ [3]	1.50×10^{23}	7.2×10^{24} [14]	0.744	0.789×10^{17}	$(8.2 \pm 0.9) \times 10^{19}$ [4]	
				$>2.2 \times 10^{20}$ [15]					
					1.2×10^{25} [14]				

TABLE VIII: Timpii de viata precum si amplitudinile de tranzitie sunt calculate pentru dezintegrarile $0^+ \rightarrow 2^+$ si $0^+ \rightarrow 0^+$. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale corespunzatoare. Pentru ^{150}Nd , primele date corespund la o deformare $\beta = 0.28$, in timp ce al doilea set de date, la deformarea nucleara $\beta = 0.19$.

sunt comparate cu datele experimentale existente in Tebelul IX. Din acest tabel constatam un acord rezonabil intre rezultatele teoretice si cele experimentale.

4. Puterile dezintegrarilor beta simple

Informatii despre contributia configuratiilor dipolare la dezintegrarea beta dubla pot fi obtinute din analiza puterii deintegrarii β^- a nucleului mama si a deintegrarii β^+ pentru nuceul fiica. Puterea tranzitiei este definita ca patratul amplitudinii de tranzitie. Foldand aceste puteri cu gausiene de largimi de 1 MeV, au fost obtinute rezultatele din Figs. 7 si 8.

Parent nucleus	$\log_{10} ft$	Odd-odd nucleus	$\log_{10} ft$	Daughter nucleus
^{76}Ge	$0^+ \xleftarrow{\beta^+/EC} 1^+$	^{76}As	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 2^+$	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ ^{76}Se
Th.	5.59		13.47	7.81
^{82}Se	$0^+ \xleftarrow{\beta^+/EC} 1^+$	^{82}Br	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 2^+$	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ ^{82}Kr
Th.	8.38		12.66	8.6
^{96}Zr	$0^+ \xleftarrow{\beta^+/EC} 1^+$	^{96}Nb	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 2^+$	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ ^{96}Mo
Th.	8.86		14.34	8.2
^{100}Mo	$0^+ \xleftarrow{\beta^+/EC} 1^+$	^{100}Tc	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 2^+$	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ ^{100}Ru
Th.	3.18		9.46	5.16
Exp.	4.3 [16]		6.4[16], 6.63[17]	4.59[17]
^{116}Cd	$0^+ \xleftarrow{\beta^+/EC} 1^+$	^{116}In	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 2^+$	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ ^{116}Sn
Th.	3.20		10.92	3.44
Exp.	4.47 [18]		5.85 [18]	
^{128}Te	$0^+ \xleftarrow{\beta^+/EC} 1^+$	^{128}I	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 2^+$	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ ^{128}Xe
Th.	4.09		9.71	3.05
Exp.	6.01[19]		6.498[19]	6.061[20]
	5.049[?]			
^{130}Te	$0^+ \xleftarrow{\beta^+/EC} 1^+$	^{130}I	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 2^+$	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ ^{76}Xe
Th.	6.49		13.18	9.39
^{150}Nd	$0^+ \xleftarrow{\beta^+/EC} 1^+$	^{150}Pm	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 2^+$	$1^+ \xrightarrow{\beta^-} 0^+$ ^{150}Sm
Th.	2.84		8.99	3.71
Exp.	-		8.62 [21]	

TABLE IX: Valorile $\log_{10} ft$ ce caracterizeaza tranzitia β^- a nucleului intermediu impar-impar, ce se afla in prima stare excitata 1^+ , catre nuceul fiica ce se afla in prima stare 2^+ , precum si tranzitia β^+/EC din prima stare 1^+ a nucleului intermediu impar-impar catre starea fundamentala a nucleului mama.

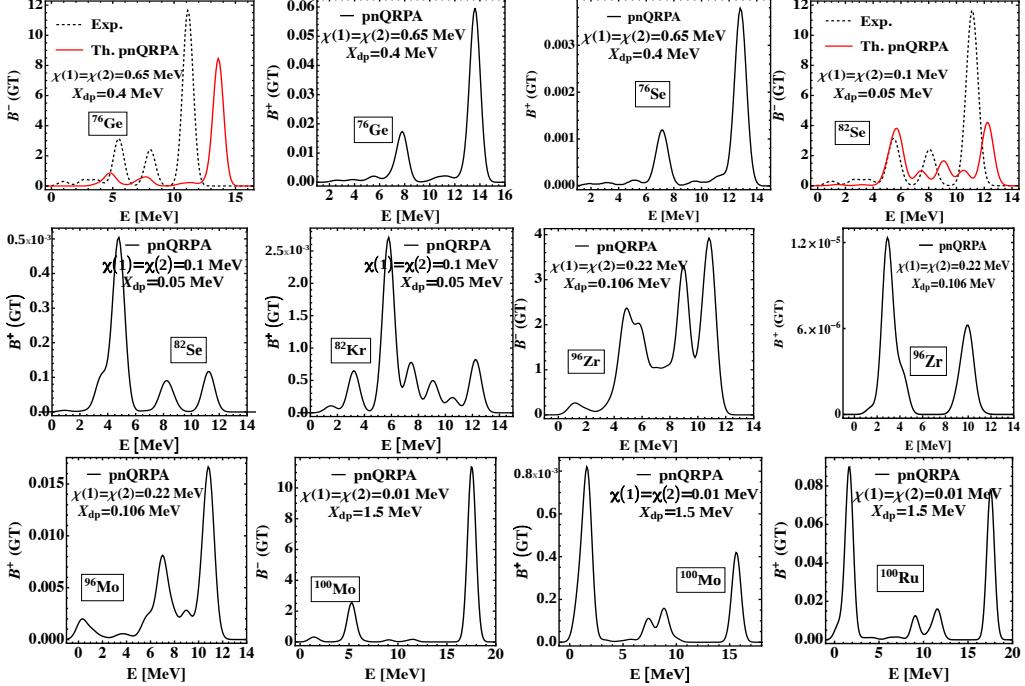


FIG. 7: Puterile tranzitiilor β^- si β^+ ale nucleului mama sunt prezentate in figurile din coloanele 1 si respectiv 2. De asemenea puterile tranzitiei β^+ calculate pentru tranzitia $2^+ \rightarrow 1^+$ din nucleul fiica sunt aratate in figurile din coloana 3. Putele au fost foldate cu functii Gaussiene de largime 1 MeV. Calculele pentru distributia puterilor in nucleele ^{76}Ge si ^{82}Se sunt comparate cu datele experimentale corespunzatoare din Ref.[22].

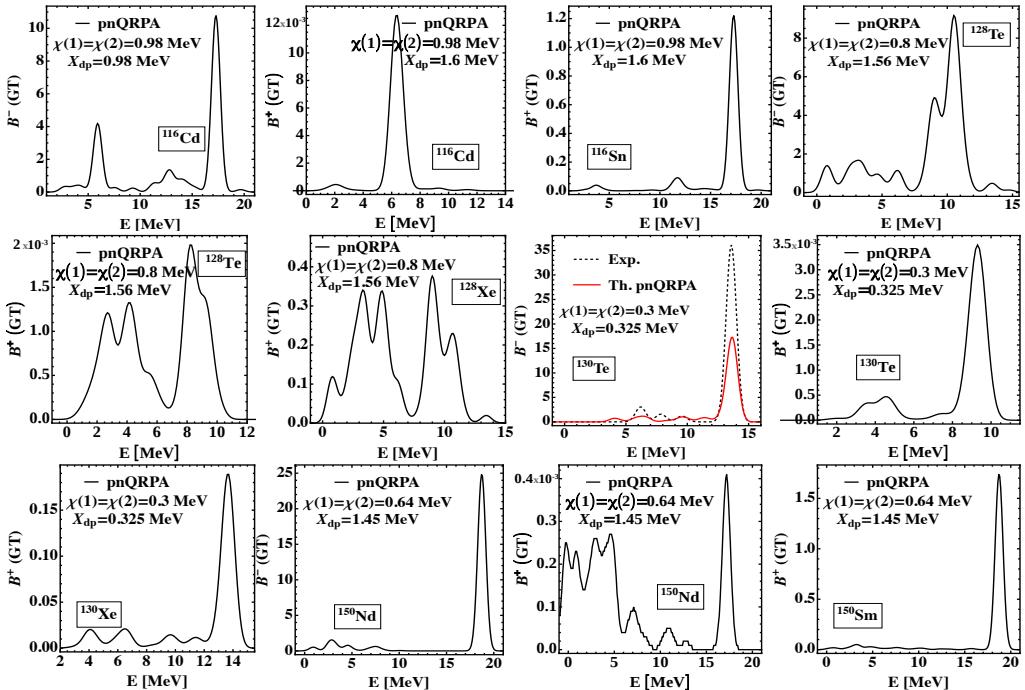


FIG. 8: La fel ca in Fig.1 dar pentru nucleele mama ^{116}Cd , ^{128}Te , ^{130}Te , ^{150}Nd si respectiv fiica ^{116}Sn , ^{128}Xe , ^{130}Xe , ^{150}Sm . Distributiile pentru ^{128}Te si ^{130}Te sunt comparate cu datele experimentale corespunzatoare din Ref.[22]

5. Valorile $B(E2)$ asociate tranzitiei cvadupolare-electrice $2^+ \rightarrow 0^+$

Operatorul de tranzitie cvadrupolar este:

$$Q_{2\mu} = Q^{(0)} e_{eff} \sqrt{\frac{16\pi}{5}} r^2 Y_{2\mu}. \quad (2.3)$$

Folosind cuantificarea a doua, acesta se scrie astfel:

$$q_{\mu}^{(2)} = C_{m_k \mu m_i}^{I_k 2 I_i} Q^{(0)} e_{eff} \langle I_i | \sqrt{\frac{16\pi}{5}} r^2 Y_2 | I_k \rangle c_i^+ c_k \equiv q_{ik}^{(2)} (c_{I_i}^+ c_{I_k})_{2\mu}. \quad (2.4)$$

Valoarea $B(E2)$ are expresia:

$$B(E2; 2^+ \rightarrow 0^+) = [\langle 2^+ | | q^{(2)} | | 0^+ \rangle]^2. \quad (2.5)$$

Folosind aceasta expresie pentru probabilitatea de tranzitie, putem calcula timpul de viata pentru starea 2^+ :

$$t_{1/2} = \frac{15}{5.498} \times 10^{-21} \ln 2 \left[\frac{E_{2+}[MeV]}{197.33} \right]^{-5} [B(E2; 2^+ \rightarrow 0^+) [e^2 fm^4]]^{-1} [s] \quad (2.6)$$

Avand valorile $B(E2)$ calculate se poate calcula, de asemenea, deformarea nucleara:

$$\sqrt{5B(E2; 2^+ \rightarrow 0^+)} = \frac{3}{4\pi} e Z R^2 \beta. \quad (2.7)$$

unde R noteaza razaa nucleara: $R = r_0 A^{1/3}$, $r_0 = 1.2f$ m. Rezultatele arata un acord bun intre β si β_{exp} si d/k .

- [1] C. M. Raduta and A. A. Raduta, Phys. Rev. **C 76**, 044406 (2007).
- [2] J. Toivanen and J. Suhonen, Phys. Rev. **C 55**, 2314 (1997).
- [3] J. Suhonen and O. Civitarese, Phys. Rep. **300** (1998) 123.
- [4] A. S. Barabash, Phys. Rev. **C 81**, 035501 (2010)
- [5] M. Agostini *et. al.*, Jour. Phys. G:Nucl. and Part. Phys. **42**, 115201 2015).
- [6] M. Aunola and J. Suhonen, Nucl. Phys. **A 602**, 133 (1996).
- [7] H. Ejiri *et. al.*, Phys. Lett. **B 258**, 17 (1991).
- [8] J. W. Beeman *et. al.*, Eur. Phys. J. **C 75**, 591 (2015).
- [9] R. Arnold *et. al.*, Nucl. Phys. **A 925** 25 (2014).
- [10] A. Piepke *et. al.*, Nucl. Phys. **A 577** 493 (1994).
- [11] H. V. Klapdor and K. Grotz, Phys. Lett. **B 142**, 323 (1984).
- [12] S. W. Hennecke, O. K. Emanuel and D. D. Sabu, Phys. Rev. **11**, 1378 (1975).
- [13] E. Bellotti *et. al.*, Europhys. Lett. **3**, 889 (1987).
- [14] J. G. Hirsch, O. Castanos, P. O. Hess and O. Civitarese, Phys. Rev. **C 51**, 2252 (1995).

- [15] A. S. Barabash *et. al.* Phys. Rev. **C** **79**, 045501 (2009)
- [16] Balraj Sinh and Jan Chen NDS **172**, 1 (2021).
- [17] V. Guadilla, Phys. Rev. **C** **96**,014319 (2017).
- [18] Jean Blachot NDS **111**, 717 (2010).
- [19] Zoltan Elekes and Janos Timar NDS **129**, 191 (2015)
- [20] M. Kanbe and K. Kitao, Nucl. Data sheets **94**,227 (2001).
- [21] S. K. Basu, A. A. Sonzogni, NDS **114**, 435 (2013).
- [22] R. Madey *et al.*,Phys. Rev. **C** **40**, 540 (1989).

C. Descrierea unificata a PDR in nuclee sferice si deformate

Unul din subiectele majore ale fizicii nucleare este cel al rezonantei dipolare Pygmy (PDR); aceasta apare la o energie mai joasa decat rezonanta dipolară gigant (GDR), în jurul pragului de emisie neutronică și este determinată de oscilațiile neutronilor în excess în antifaza cu cele ale protonilor din miezul saturat izotopic. Descrierea rezonantei Pygmy este foarte importantă în urmatoarele direcții: a) Din expresia energiei de simetrie și datele despre PDR se poate extrage dimensiunea coajei neutronice. b) Este un subiect intens studiat în legătura cu fascicolele radioactive. c) Rezultatele privind PDR permit interpretarea rezultatelor experimentelor de dezintegrare beta fără neutrini în stare finală d) Cunoasterea puteii tranzitiori electomagnetică este importantă pentru calcularea ratei de captură neutronică în procesul r (rapid neutron capture process). e) Cunoastere elementelor de matrice nucleare este de folos în deducerea masei efective Majorana a neutrinilor. f) Ratele reacțiilor (γ, n) și (n, γ) care apar în exploziile de nucleosinteza pot fi amplificate de PDR.

In lucrarea realizata au fost folosit doua ingrediente originale: i) O baza de functii sferice proiectate ce permite un studiu unificat al fenomenului in nuclee sferice, tranzitionale si deformate; ii) In interactia dipol-dipol implicata in Hamiltonianul many body adoptat se foloseste dipolul Schiff [1]. Aceasta permite diminuare efectului neconservarii impulsului centrului de masa si contractia elementelor de matrice dipolare, standard.

Vom presupune ca starile ce descriu nucleele ce pot fi excitate in PDR sau GDR, sunt descrise de urmatorul Hamiltonian care, scris in cantificarea 2-a in baza sferic proiectata, arata astfel:

$$H = \sum_{\tau, \alpha, I, M} \frac{2}{2I+1} (\epsilon_{\tau\alpha I} - \lambda_{\tau\alpha}) c_{\tau\alpha IM}^\dagger c_{\tau\alpha IM} - \sum_{\tau, \alpha, I, I'} \frac{G_\tau}{4} P_{\tau\alpha I}^\dagger P_{\tau\alpha I'} - \sum_{\tau ab; \tau' cd; \mu} X_{\tau, \tau'} D_{1\mu}(\tau; ab) D_{1, -\mu}(\tau'; cd) (-)^{\mu}, \quad (2.8)$$

unde $c_{\tau\alpha IM}^\dagger (c_{\tau\alpha IM})$ noteaza operatorul de creere (anihilare) a unui nucleon in starea Φ_α^{IM} , α fiind abrevierea pentru setul de numere cuantice $n l j$. Hamiltonianul contine un termen de

camp mediu, o interactie de pairing si o interactie dipol-dipol. Acest Hamiltonian este tratat succesiv prin BCS(Bardeen, Cooper, Schriffer) si RPA (Random Phase Approximation). Astfel operatorul fononic este exprimat ca combinatie lineară de operatori dipolar de două cvasiparticule:

$$\Gamma_{1\mu}^\dagger = \sum_{\tau; II'} \left[X(\tau; II') A_{1\mu}^\dagger(\tau; II') + Y(\tau; II') (-)^{1-\mu} A_{1,-\mu}(\tau; II') \right], \quad (2.9)$$

Amplitudiile X și Y sunt calculate rezolvând ecuațiile RPA. Acestea sunt folosite mai de departe pentru calcularea probabilităților reduse dipolare între starea fundamentală și stările unifononice:

$$B(E1; 0^+ \rightarrow 1_k^-) = (\langle 0 | E_1 | 1_k \rangle)^2 = 4\pi \left[e_{eff}^{(p)} \sum_{E_a < E_b} d_1(p; ab) \xi^{(-)}(p, ab) (X_k(p, ab) + Y_k(p, ab)) + e_{eff}^{(n)} \sum_{E_a < E_b} d_1(n; ab) \xi^{(-)}(n, ab) (X_k(n, ab) + Y_k(n, ab)) \right]^2. \quad (2.10)$$

Sarcinile efective sunt:

$$e_{eff}^{(p)} = \frac{N}{A}, \quad e_{eff}^{(n)} = -\frac{Z}{A}. \quad (2.11)$$

Regula de sumă ponderată de energie (EWSR) se evaluatează astfel:

$$S_l = \sum_k \omega_k B(E1; 0^+ \rightarrow 1_k^-) = 3 \sum_{k,\mu} \omega_k |\langle 1_k \mu | E_{1\mu} | 0 \rangle|^2 = \frac{3}{2} \sum_\mu \langle 0 | [E_{1\mu}, [H, E_{1,-\mu}(-)^\mu]] | 0 \rangle. \quad (2.12)$$

unde ω_k ($k \neq 0$) notează energia RPA k care corespunde la starea $|1_k \mu\rangle$. Prin calcul direct se obține pentru termenul drept al ecuațiilor de mai sus;

$$S_r = \frac{27\hbar^2}{2M} \times \left\{ (e_{eff}^p)^2 \left[Z - 2 \sum_{i=1}^Z \langle 0 | \frac{r_i^2}{b^2} | 0 \rangle + \frac{33}{25} \sum_{i=1}^Z \langle 0 | \frac{r_i^4}{b^4} | 0 \rangle \right] + (e_{eff}^n)^2 \left[N - 2 \sum_{i=1}^N \langle 0 | \frac{r_i^2}{b^2} | 0 \rangle + \frac{33}{25} \sum_{i=1}^N \langle 0 | \frac{r_i^4}{b^4} | 0 \rangle \right] \right\}. \quad (2.13)$$

Observăm că dacă în loc de dipolul Schiff am fi folosit dipolul standard, termenul S_r devine regula de suma Thomas-Reiche Kuhn (TRK) [2–4].

$$S_{TRK} = \frac{27\hbar^2}{2M} \frac{ZN}{A}. \quad (2.14)$$

Ultimii doi termeni din ecuația (2.14) sunt determinații de termenul cubic în coordonata

Nucleus	$X_{PP} = X_{NN}$	$X_{PN} = X_{NP}$	$N_{d,p}$	$N_{d,n}$
	[MeV.fm $^{-2}$]	[MeV.fm $^{-2}$]		
^{144}Sm	0.0129	0.0179	264	256
^{148}Sm	0.0110	0.0130	258	298
^{150}Sm	0.0160	0.0220	266	290
^{152}Sm	0.0190	0.0230	266	290
^{154}Sm	0.0185	0.0255	256	290

TABLE X: Strength-ul interactiei dipol-dipol si numarul de configuratii dipolare pentru protoni ($N_{d,p}$) si neutroni ($N_{d,n}$).

radiala. Acesteia pot fi calculati microscopic rezultatul final fiind:

$$\begin{aligned}
 S_{cor} = & \frac{27\hbar^2}{2M} \left\{ \frac{ZN}{A} - \frac{8\pi}{3b^2} \frac{N^2}{A^2} \sum_k \left[\sum_{E_a < E_b} d(p; ab) \xi^{(-)}(p, ab) (X_k(p, ab) + Y_k(p, ab)) \right]^2 \right. \\
 & - \frac{8\pi}{3b^2} \frac{Z^2}{A^2} \sum_k \left[\sum_{E_a < E_b} d(n; ab) \xi^{(-)}(n, ab) (X_k(n, ab) + Y_k(n, ab)) \right]^2 \\
 & + \frac{16\pi^2}{9b^4} \frac{N^2}{A^2} \frac{33}{25} \sum_k \left[\sum_{E_a < E_b} d(p; ab) \xi^{(-)}(p, ab) (X_k(p, ab) + Y_k(p, ab)) \right]^4 \\
 & \left. + \frac{16\pi^2}{9b^4} \frac{Z^2}{A^2} \frac{33}{25} \sum_k \left[\sum_{E_a < E_b} d(n; ab) \xi^{(-)}(n, ab) (X_k(n, ab) + Y_k(n, ab)) \right]^4 \right\}. \tag{2.15}
 \end{aligned}$$

Daca $S_l = S_{corr}$, vom spune ca regula de suma TRK generalizata este satisfacuta.

1. Aplicatie la cinci izotopi par-pari: $^{144,148,150,152,154}\text{Sm}$.

Parametri: Baza functiilor de model in paturi sferic este:

$$\hbar\omega_0 = 41A^{-1/3}, \quad C = -2\hbar\omega_0\kappa, \quad D = -\hbar\omega_0\mu. \tag{2.16}$$

Parametrii $(\kappa; \mu)$ sunt cei dati in Refs.[5, 6]. Parametrii interactie de pairing considerati sunt:

$$G_p = \frac{23}{A}, \quad G_n = \frac{22}{A}, \tag{2.17}$$

unde A este numarul atomic de masa. Ecuatiile BCS au fost rezolvate luand 92 de stari atat pentru protoni cat si pentru neutroni. Functiile uni-particula proiectate depind de doi parametri d si k . Acesteia sunt legati de deformarea nucleara prin relatia: $d = k\beta$. Parametrul d a fost luat ca in Ref.[7], in timp ce k a fost fixat astfel incat spatierea energiilor uniparticule sa fie optim reprodusa. Relatia de mai sus este destul de bine satisfacuta. In ceea ce priveste intensitatile interactiei dipol-dipol, acestea sunt date in tabelul de mai jos:

Cu functiile RPA au fost calculata distributia strength-ului tranzitiei dipolare in zona PDR, adica 0-10 MeV, si reprezentata in figura de mai jos:

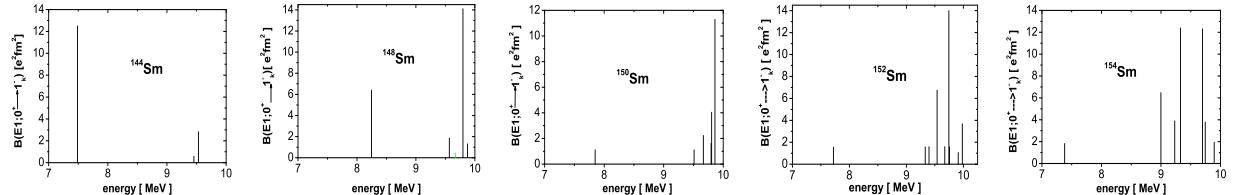


FIG. 9: Strength-ul dipolar ca functie de energie.

Nucleus	S_l (EWSR) [MeV.e ² b]	S_{corr} [MeV.e ² b]	r.d. [%]	S_{TRK} [MeV.e ² b]	q [%]	PSR [%]
¹⁴⁴ Sm	149.82	159.59	0.50	197.47	1.318	0.8
¹⁴⁸ Sm	153.81	156.65	1.80	201.50	1.310	1.6
¹⁵⁰ Sm	160.26	160.00	0.16	203.44	1.269	1.6
¹⁵² Sm	159.09	159.98	0.56	205.33	1.291	2.2
¹⁵⁴ Sm	163.62	162.85	0.47	207.16	1.266	2.7

TABLE XI: Cei doi membri ai ecuatiei regulei de suma, S_l si S_{corr} , eroarea relativa (r.d.= $|S_{corr}-S_l|/S_l$), regula de suma TRK S_{TRK} , raportul q($=S_{TRK}/S_l$) si contributia tranzitiilor PDR la regula de suma totala, PSR, sunt listate pentru cinci izotopi par-pari ai Sm.

Pentru DGR am calculat si comparat cu experienta sectiunea eficace de foto-absorbtie, aceste fiind reprezentate in Figura urmatoare:

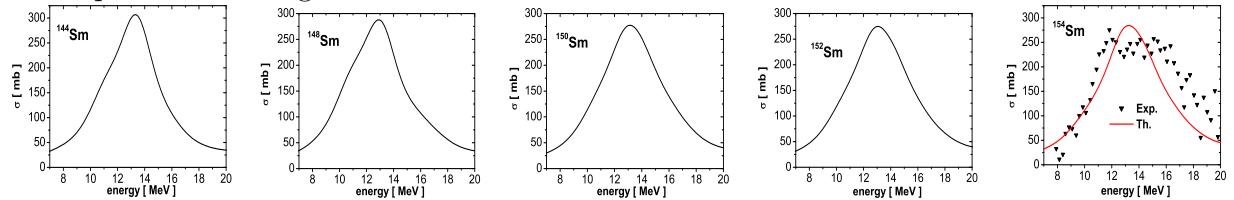


FIG. 10: Sectiunea eficace de fotoabsorbtie ca functie de energie pentru ^{144,148,150,152,154}Sm. Strength-ul calculat a fost foldat cu Lorenziene cu largimea de 3 MeV. Datele experimentale pentru ¹⁵⁴Sm sunt cele din Ref.[12].

Rezultatele privind regula de suma sunt prezentate in tabelul de mai sus. De asemenea, au fost calculate sectiunile eficace totale si comparate cu experienta.

	$\sum(BE1)[e^2b]$		$\sigma_0[\text{MeVb}]$		$\sigma_{-1}[\text{mb}]$		$\sigma_{-2}[MeV^{-1}b]$	
	PDR	GDR	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.
¹⁴⁴ Sm	0.036	7.879	2.078	$2.00 \pm 0.14^a)$	157.57	$131 \pm 15^a)$	12.19	$8.7 \pm 0.8^a)$
¹⁴⁸ Sm	0.185	7.672	1.996	$1.94 \pm 0.10^a)$	153.44	$134 \pm 10^a)$	12.00	$9.5 \pm 0.7^a)$
¹⁵⁰ Sm	0.237	7.620	1.998	$2.00 \pm 0.14^a)$	152.40	$141 \pm 15^a)$	11.82	$10.3 \pm 0.9^a)$
¹⁵² Sm	0.336	7.764	1.959	$2.05 \pm 0.10^a)$	152.27	$144 \pm 10^a)$	12.51	$10.6 \pm 0.7^a)$
¹⁵⁴ Sm	0.437	7.440	1.914	$1.94 \pm 0.06^b)$	148.80	$145 \pm 10^a)$	11.69	$10.8 \pm 0.7^a)$
				$2.07 \pm 0.10^a)$				

TABLE XII: Suma valorilor B(E1) pentru PDR, adica intervalul 0-10 MeV, si pentru GDR, adica intervalul 0-20 MeV. Momentele sectiunilor eficace integrate (σ_0), (σ_{-1}) si (σ_{-2}) sunt de asemenea listate. Datele experimentale au fost luate din a)^[8] si b)^[?]

Nucleus	d	k	$X_{PP} = X_{NN}$ [MeV.fm $^{-2}$]	$X_{PN} = X_{NP}$ [MeV.fm $^{-2}$]	$N_{d,p}$	$N_{d,n}$
^{150}Gd	0.8	5.9	0.0120	0.0150	258	292
^{152}Gd	1.7	9.55	0.0190	0.0270	266	292
^{154}Gd	2.6	11.4	0.0175	0.0255	266	299
^{156}Gd	2.95	11.09	0.0172	0.0254	266	299
^{158}Gd	3.3	11.7	0.0181	0.0271	256	290
^{160}Gd	3.4	11.49	0.0175	0.0265	264	290

2. Aplicatie la sase izotopi par-pari: $^{150,152,154,156,158,160}\text{Gd}$.

Parametrii campului mediu au fost luati aceiasi ca pentru izotopii Sm. In ceea ce priveste parametrii d si k implicati in functia de unda proiectata acestia au fost fixati atfel: d este acelasi ca in [9], iar k este determinat de relatia $d = k\beta$, unde β este luat din [10]. Parametrii interactiei dipol-dipol impreuna cu numerele de configuratii dipolare protonice si neutronice sunt date in tabelul de mai sus. Cu functiile de unda RPA au fost calculate valorile $B(E1)$. Aceste sunt reprezentate grafic in Fig.11.

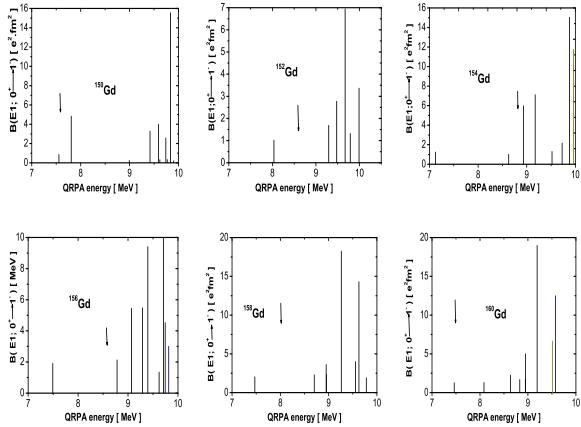


TABLE XIII: Tariile interactiilor dipolare X_{PP} si X_{PN} , precum si numerele de configuratii dipolare pentru protoni ($N_{d,p}$) si neutroni ($N_{d,n}$).

FIG. 11: Valorile $B(E1)$ ca functie de energie pentru $^{150-160}\text{Gd}$ sunt date in unitati $e^2 \text{fm}^2$. Pentru ^{150}Gd numai tranzitii de intensitate mai mare decat $0.2e^2 \text{fm}^2$, in timp ce pentru ceilalți izotopi numai valorile $B(E1)$ mai mari decat $1e^2 \text{fm}^2$ sunt reprezentate. Sagetile verticale indica energiile de separare neutronica luate din [11].

De asemenea au fost calculate sectiunile eficace de foto-absorbtie ca functie de energie, conform ecuatiei:

$$\sigma(\Gamma, \omega) = \frac{C}{2\pi} \sum_k \frac{\Gamma}{(\omega - \omega_k)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \omega_k B(E1; 0^+ \rightarrow 1_k^-). \quad (2.18)$$

uned C este o constanta de normare care in calculele noastre este egala cu 0.014. Rezultatele intru sectiunea eficace de foto-absorbtie impreuna cu datele experimentale corespunzatoare sunt prezentate in Fig.12. Se remarcă un acord bun intre calculele teoretice si experienta. Rezultatele privind regula de suma sunt trecute in tabelul de mai jos:

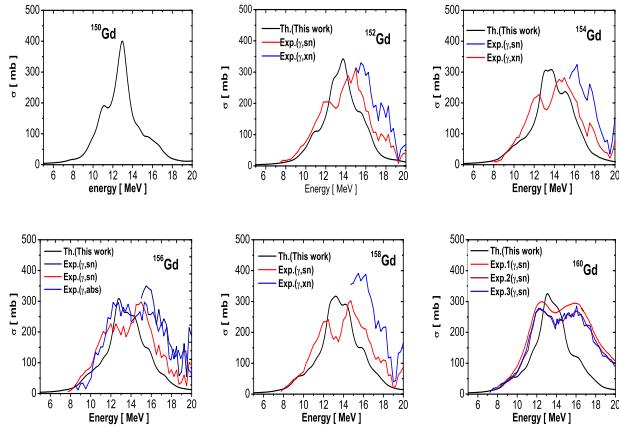


FIG. 12: Secțiunea eficace dipolară de foto-absorbție este reprezentată ca funcție de energie. Largimea funcției Lorentz de *foldare* este de 1 MeV iar constanta de normare este egală cu 0.014. Dimensiunea este *mb*. Datele experimentale au fost luate din [12–16]. Barele de eroare au fost omise.

Nucleus	S_l (EWSR) [MeV.e ² b]	S_{corr} [MeV.e ² b]	r.d. [%]	S_{TRK} [MeV.e ² b]	q [%]	PSR
¹⁵⁰ Gd	156.470	157.433	0.60	205.232	1.145	1.98
¹⁵² Gd	170.673	170.984	0.18	207.413	1.102	1.15
¹⁵⁴ Gd	167.257	169.218	1.17	209.199	1.118	3.10
¹⁵⁶ Gd	164.152	167.690	2.15	211.106	1.134	2.69
¹⁵⁸ Gd	175.622	175.268	0.20	218.496	1.115	2.77
¹⁶⁰ Gd	169.963	174.649	2.70	214.477	1.124	2.97

Aria acoperita de curbele sectiunei eficace este sectiunea eficace totala:

$$\sigma_t = \int \sigma(\Delta, \omega) d\omega = C \sum_k \omega_k B(E1; 0^+ \rightarrow 1_k^-) = CS_l. \quad (2.19)$$

Introducand EWSR din tabelul de mai sus obtinem valoarea sectiunei totale. Rezultatele experimentale pentru ^{156,160}Gd obtinute in Refs.[12, 15] sunt 2.07 ± 0.07 [b] si respectiv 2.87 ± 0.20 [b]. Acestea trebuiesc comparate cu predictiile noastre 2.30 [b] si respectiv 2.38 [b]. Aceasta comparatie releva o consistenta intre calculele de regula de suma si cele ale sectiunei eficace totale.

Nucleus	k	$B(E1)$ [W.u.]	type	k	$B(E1)$ [W.u.]	type
¹⁵⁰ Gd	21	3.60	IV	3	2.66	IV
¹⁵² Gd	19	3.78	IV	24	2.10	IS
¹⁵⁴ Gd	31	8.10	IS	32	6.35	IS
¹⁵⁶ Gd	25	5.34	IV	19	5.04	IV
¹⁵⁸ Gd	28	10.13	IS	19	9.69	IS
¹⁶⁰ Gd	21	10.00	IS	27	6.57	IV

TABLE XIV: Cei doi membri ai regulii de suma, S_l (EWSR) si S_{corr} , eroarea relativă (r.d.=| $S_{corr} - S_l$ |/ S_l), regula de suma TRK , S_{TRK} , raportul q(= S_{TRK}/S_l) si contributia tranzitilor PDR la regula de suma totala, PSR, sunt listate pentru cei sase izotopi ai Gd.

Din tabelul de mai sus rezulta ca tranzitiile ce compun PDR sunt moderat colective.

- [1] L. I. Schiff, Phys. Rev. 132, 2194 (1963).
- [2] W. Thomas, Naturwissenschaften 13 627 (1925)
- [3] F. Reiche and W. Thomas, Z. Phys. 34, 510 (1925).
- [4] W. Kuhn, Z. Phys. 33, 408 (1925).
- [5] S. G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vid. Selsk. **29**, no. 16 (1955).
- [6] P. Ring and P. Schuck, *The nuclear many-body problem*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, p. 76.
- [7] A. A. Raduta, A. Escuderos and E. Moya de Guerra, Phys. Rev. C **65** (2002) 024312.
- [8] P. Carlos *et. al.*, Nucl. Phys A **225**, 171 (1974).
- [9] A. A. Raduta and A. Faessler, J. Phys. G; Nucl. Part. Phys. **31**, 873 (2005).
- [10] G. A. Lalazissis, S. Roman and P. Ring, Atomic Data and Nuclear Data Tables 71,1 (1999).
- [11] P. Ring and P. Schuck, *The nuclear many-body problem*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, p. 38.
- [12] G. M. Gurevich *et al.*, Nucl. Phys. A **31**, 257 (1981).
- [13] O. V. Vasiliev *et al.*, Sov. J. Nucl. Phys. **13**, 259 (1971).
- [14] B. L. Berman *et al.*, Phys. Rev. **189**, 1576 (1969).
- [15] V. V. Varlamov *et al.*, Izv. Aka. Nauk. Ross. Aka. NaukSeri. Fizich. **67**, 656 (2003).
- [16] V. V. Varlamov *et al.*, Memoirs of Phys. Fac. Moscow State Univ. **1**, 1910202 (2019).

II. IMPACT ECONOMIC SI SOCIAL

Cercetarile efectuate au un caracter fundamental. De aceea produsul final este cunoasterea. Dupa cum rezulta din prezentul raport precum si din lucrările științifice atestate, ipotezele teoretice avansate sunt 100% originale si de aceea plus valoarea activitatilor echipei reprezinta o contributie importanta la dezvoltarea cunoasterii in domeniu, la imbogatirea tezaurului creatiei științifice romanesti. Suntem convinsi ca pe plan international aceste rezultate vor avea un ecou favorabil si prin aceasta vizibilitatea știintei romanesti va fi imbunatatita.

Aceste rezultate contribuie de asemenea la formarea unui mediu academic propice unor cercetari ulterioare de varf pe plan mondial. Un exemplu il constituie perfectionarea doctorandului din aceasta echipa. Doctorandul mentionat si-a scris teza de doctorat cu titlul *A Systematic Description of the Wobbling Motion in Odd-Mass Nuclei Within a Semi-Classical Formalism*; aceasta a fost sustinuta public in fata unei comisii de specialisti obtinand, calificativul *excelent*. De asemenea, echipa a beneficiat de achizitia unui calculator "Mac Mini PC Apple (2020) cu procesor Apple M1, 16GB, 512GB SSD" si a trei laptop-uri Lenovo. Cu aceasta infrastructura imbunatatita a fost posibila abordarea unor subiecte complexe ce

au necesitat volum mare de calcul si grafica.

Rezultatele stiintifice obtinute au fost disseminate prin mai multe seminarii in departamentul de Fizica Teoretica al Institutului de Fizica si Inginerie Nucleara, prin depozitarea unor lucrari in arXive sau la conferinte internationale. Astfel, tamarul cercetator Drd. Robert Poenaru a partipat la conferinta internationala Nuclear Structure Properties, ce a avut loc in perioada 28-30 Iunie 2022 la Universitatea Krkkale, Turkey unde a prezentat comunicarea *Evaluation of the Wobbling Motion in Even Even Nuclei Within a Simple Rotor Model*, subiect ce este inclus in prezentul proiect. In definitiv cea mai eficienta diseminare a constituit-o publicarea articulelor in reviste ISI de importanta majora in domeniul tratat in proiect. Descrierea rezultatelor obtinute in acest proiect precum si lucrarile stiintifice realizate pot fi gasite in pagina web a proiectului: <https://www.nipne.ro/proiecte/pn3/58 – proiecte.html>.

III. CONCLUZII

Conform materialului raportat mai sus se poate concluda ca proiectul a abordat subiecte de varf in fizica nucleara teoretica si actuale. Rezultatele au fost publicate in reviste de specialitate de imprimanta majora pentru Fizica Nucleara. Ele au fost obtinute cu ipoteze inedite si solutii originale, articolele publicate acumuland deja un numar mare de citari. La lansarea proiectului ne-am angajat sa realizam trei lucrari stiintifice, dar am realizat noua. Lucrarile publicate au nu numai o importanta intrinseca dar si un caracter realist livrand o descriere foarte buna a datelor experimentale din domeniul abordat.

Concluzia finala este aceea ca toate obiectivele proiectului au fost pe deplin realizate cu succes.

Director de proiect

Prof. Dr. Apolodor Raduta